

國立高雄大學 112 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：微積分

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

作答時請於答案卷上註明題號，計算題須附上推導過程。

一、選擇題

1. (5%) 下列哪一極限不存在？

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x}$; B. $\lim_{x \rightarrow 1} |x + 3|$; C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x - 1}$; D. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 + 4}$ 。

2. (5%) 給定 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+x^2} & \text{if } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$ 下列何者不正確？

A. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$; B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$; C. f 在 $x = 0$ 不連續;
D. $f(0) = -1$ 。

3. (5%) 設 $f(x) = 1 - |1 - x|$, $x \in [0, 2]$ 下列何者不正確？

A. $f(0) = 0$; B. f 在 $x = 1$ 為不可微的點; C. $f(2) = 0$;
D. f 在 $(0, 2)$ 不存在臨界點。

4. (5%) 設 $y^2 - x^2 = -8$, 求在給定 $x = 3, y = -1$ 時, $\frac{dy}{dx} = ?$

A. -3; B. -2; C. 0; D. 3。

二、計算題

5. (10%) 求 $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ 。

6. (10%) 求 $f(x) = e^{-x}$ 在 $x = 2$ 處的 4 階泰勒展開式。

7. (10%) 令 $f(x, y) = x^2 - 2xy$, 求 $\int_{-1}^2 \int_1^4 f(x, y) dy dx$ 。

8. (15%) 設 $f(x) = x^3 + 4x^2 + 2$, 找出 f 遞增和遞減區域。

9. (10%) 設 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$, 求 $f_x(x, y)$ 以及 $f_{xy}(x, y)$ 。

10. (15%) 求 $y = \ln x, y = 0, x = e, x = e^2$ 所圍封閉區域面積。

11. (10%) 說明 $\sum \frac{2k+5}{\sqrt{k^6+3k^3}}$ 收斂或發散。