

科目：微積分

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

一、計算題，請將計算過程詳細列於答案卷，每題 15 分。

(1) 請計算 $\sin^{-1} x$ 的冪級數(power series)。

(2) 令 $C = \{(x, y) : x, y \geq 0, x^2 + y^2 = 1\}$ ，試計算線積分
$$\int_C xy \, ds$$

二、問答題，請將答案(無須計算過程)列於答案卷，每題 10 分。

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) = ?$

(2) 圓 $x^2 + y^2 = 1$ 在點 $(3/5, 4/5)$ 的切線方程式為？

(3) $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} t^3 \sin t \, dt = ?$

(4) $\int \frac{e^{2x}}{1 + e^{4x}} \, dx = ?$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^n = ?$

(6) 設 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ，則 $\frac{\partial z}{\partial x} = ?$

(7) 冪級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收斂半徑為何？