

國立高雄大學 111 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：微積分
考試時間：100 分鐘

系所：統計學研究所(無組別)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

1. 試回答下列問題：

(1) 【6%】請敘述 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = d$ 的定義

(2) 【6%】請敘述函數 $f(x)$ 在 $x = c$ 連續的定義

(3) 【6%】請敘述 intermediate value theorem

(4) 【6%】請敘述導函數 $f'(x)$ 的定義

(5) 【6%】請敘述 mean value theorem

(6) 【10%】請敘述 fundamental theorem of calculus (Parts I and II)

2. 【10%】試計算曲線 $x^2 - xy + y^2 = 7$ 在點 $(-1, 2)$ 的切線方程式。

3. 【10%】考慮曲線 $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 4$, 與 x 軸間的區域, 將此區域對 x 軸進行立體旋轉而形成一個固體, 試計算此固體的體積。

4. 試計算下列各題：

(1) 【5%】 $\int_0^1 \int_0^{1-x} \sqrt{x+y}(y-2x)^2 dy dx$

(2) 【5%】 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

(3) 【5%】 $\int \frac{dx}{\sqrt{25x^2-4}}$, $x > \frac{2}{5}$

(4) 【5%】 $\frac{d}{dt} \tanh(\sqrt{1+t^2})$, 其中 \tanh 是 hyperbolic tangent

5. 【10%】請找出函數 $f(x, y) = 3x + 4y$ 在滿足 $x^2 + y^2 = 1$ 限制下的最大值與最小值。

6. 【10%】請寫出函數 $f(x, y)$ 在點 $(0, 0)$ 的 Taylor 公式。