

國立高雄大學 113 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

作答時，請於答案卷上註明題號，計算題須附上過程或說明。

一、選擇題(可複選，全對才給分)

1. (5%) 關於隨機變數及分佈之特性，下列敘述何者正確：

- (A) 相互獨立的卜瓦松(Poisson)分佈隨機變數之和仍服從卜瓦松分佈；
- (B) 相互獨立的幾何分佈的隨機變數之和仍服從幾何分佈；
- (C) 不同的聯合機率密度函數定會導致不同的邊際機率密度函數；
- (D) 一隨機變數取對數後服從常態分佈，則稱此隨機變數服從對數常態分佈。

2. (5%) 下列敘述何者為非：

- (A) 動差母函數一定存在；
- (B) 最大概似估計值定為不偏估計量；
- (C) 充分統計量(sufficient statistic)一定存在；
- (D) 最小充分統計量(minimal sufficient statistic)若存在，則一定為唯一。

二、填充題

3. (5%) 二獨立的隨機變數 X 及 Y 均服從常態分佈， X 的平均數及標準差分別為 18,

4， Y 的平均數及標準差分別為 15, 3，則 $X - Y$ 的變異數為_____。

4. (5%) 設 X_1, \dots, X_n 為一組由連續型的累積密度函數(c.d.f.) $F(x)$ 所組成的隨機樣本，且假設 $E(X_i) = \mu$ 。定義隨機變數 Y_1, \dots, Y_n 為

國立高雄大學 113 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{若 } X_i > \mu; \\ 0, & \text{若 } X_i \leq \mu. \end{cases}$$

則隨機變數 $Z = \sum_{i=1}^n Y_i$ 之分佈為 _____。

三、計算題

5. (15%) X_1, X_2 為由 p.d.f. $f(x|\alpha) = \alpha x^{\alpha-1} e^{-x^\alpha}, x > 0, \alpha > 0$, 所產生之隨機樣本。

試證 $\log(X_1)/\log(X_2)$ 為一輔助統計量。

6. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 p.d.f. $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$, 所產生之隨機樣本。

(i) (10%) 試問 $\sum_{i=1}^n X_i$ 是否為 θ 之一充分統計量?

(ii) (10%) 試求 θ 之一完備充分統計量。

7. (15%) 設有兩組獨立的隨機樣本： X_1, \dots, X_n 來自參數為 θ 之指數分佈，且

Y_1, \dots, Y_m 來自參數為 μ 之指數分佈。欲檢定 $H_0: \theta = \mu$ vs. $H_1: \theta \neq \mu$ ，試給出概似比檢定(likelihood ratio test; LRT)的檢定統計量，以及檢定對應的拒絕域。

8. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $N(\mu, \sigma^2)$ 分佈所產生之隨機樣本，其中 μ, σ^2 皆為未知。

(i) (10%) 請推導出 μ, σ^2 個別之最大概似估計值(maximum likelihood estimation; MLE)。

(ii) (10%) 試給出 σ 之不偏估計量。

國立高雄大學 113 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學

系所：統計學研究所(無組別)

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

(iii) (10%) 試分別給出 μ, σ^2 個別的 $1 - \alpha$ 信賴區間。