

國立高雄大學 105 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學
考試時間：100 分鐘

系所：統計學研究所(統計組、
風險管理組)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

一、 選擇題

- (5%) 假設 X_1, \dots, X_n 為一組隨機樣本有 $E(X_i) = \mu$ 和 $\text{Var}(X_i) = \sigma^2, 1 \leq i \leq n$ 。下列何者為一統計量：(1) X_1 (2) $\frac{1}{2}(X_1 + X_n) - \mu$ (3) $\sqrt{\frac{X_1 X_n}{\sigma^2}}$ (4) 以上皆非
- (5%) 假設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $N(\mu, \sigma^2)$ 分佈所產生之隨機樣本，其中 μ 已知。下列何者為充分統計量：(1) X_1, \dots, X_n (2) $(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i^2)$ (3) $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ (4) 以上皆是
- (5%) 假設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $U(\theta, \theta + 1), -\infty < \theta < \infty$ 分佈所產生之隨機樣本。令 $X_{(1)} = \min_{1 \leq i \leq n} X_i, X_{(n)} = \max_{1 \leq i \leq n} X_i$ 和 $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 。下列何者為 θ 之輔助統計量：
(1) $X_{(1)} + X_{(n)}$ (2) \bar{X}_n (3) $X_{(n)} - X_{(1)}$ (4) 以上皆是
- (5%) 考慮一假設檢定，虛無假設為 H_0 ；對立假設為 H_a 。下列何者為型一誤差 (Type one error) 之定義：(1) $P(\text{拒絕 } H_0 | H_0 \text{ 為真})$ (2) $P(\text{拒絕 } H_0 | H_a \text{ 為真})$
(3) $P(\text{拒絕 } H_a | H_0 \text{ 為真})$ (4) $P(\text{拒絕 } H_a | H_a \text{ 為真})$
- (5%) 於假設檢定問題中，下列何者須透過資料計算後方能求得：
(1) 虛無假設 (2) 顯著水準 (3) p-value (4) 以上皆是

二、 是非題

- (5%) 充分統計量之函數必為一充分統計量。
- (5%) 假設 X_1, \dots, X_n 為一組隨機樣本。令 $T(X_1, \dots, X_n)$ 與 $S(X_1, \dots, X_n)$ 分別為最小充分統計量與輔助統計量，則 T 與 S 必獨立。
- (5%) 於假設檢定中，若顯著水準值愈大，則檢定結果愈容易拒絕虛無假設 (H_0)。
- (5%) 若欲檢定一組樣本是否取自一平均值為 $\mu = \mu_0$ 之常態分佈，則可採用單樣本 T 檢定 (one sample T-test)。
- (5%) 若欲檢定獨立之兩組樣本是否有相同之變異數，則可採用雙樣本 T 檢定 (two sample T-test)。

三、 問答與計算題

- (15%) 若 X_1, \dots, X_n 為一組由 $U(0, \theta), 0 < \theta < \infty$ 分佈所產生之隨機變數。
 $N_n = \sum_{i=1}^n I_{\{X_i \leq c\}}$ ，其中 c 為一常數且 $I_{\{X_i \leq c\}} = 1$ 當 $X_i \leq c$ ； $I_{\{X_i \leq c\}} = 0$ 當 $X_i > c$ 。試基於 N_n 求得 θ 之最大概似估計量 (MLE)。
- (15%) 若 (X, Y) 服從二變數常態分佈 $BVN(\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2, \rho_{XY})$ ，其中 $\mu_X = E(X) \in R$ ， $\mu_Y = E(Y) \in R$ ， $\sigma_X^2 = \text{Var}(X) > 0$ ， $\sigma_Y^2 = \text{Var}(Y) > 0$ 且 $\rho_{XY} = \text{Cov}(X, Y) \in R$ 。試求 $E(Y|X)$ 與 $\text{Var}(Y|X)$ 。

國立高雄大學 105 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學
考試時間：100 分鐘

系所：統計學研究所(統計組、
風險管理組)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

13. 若 X_1, \dots, X_n 為一組由 $N(\mu, \sigma^2)$ 分佈所產生之隨機樣本，其中 $\mu \in R$, $\sigma^2 > 0$, $n \geq 2$ 且 σ^2 假設已知。若欲知此組樣本之平均是否大於一常數 c ：
- (a) (5%) 此假設檢定之虛無假設與對立假設為何？並詳述原因。
- (b) (15%) 針對(a)之假設檢定，其 Uniformly most powerful (UMP) test 為何。