

國立高雄大學 106 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學
考試時間：100 分鐘

系所：統計學研究所(統計組、
風險管理組)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

1. (10%) 設 X 有 $U(0,1)$ ，令 $Y=X^r, r > 0$ ，試求 (a) Y 之 p.d.f.，(b) 並指出此為那一常見分佈，參數為何？
2. (20%) 設 (X,Y) 之聯合 p.d.f.為 $f(x,y)=360xy^2(1-x-y), x, y \geq 0, x+y \leq 1$ 。試求 (a) X 之邊際分佈；(b) $Y|X=x$ 之條件分佈；(c) $E(Y|X=x)$ 之值；及 (d) $E(X^2Y|X=x)$ 之值。
3. (15%) 投擲一公正的骰子，直到恰好出現兩次大於 4 之點數即停止。令 X 表總共投擲次數，(a) 寫出 X 之分佈，並指出其為那一常見分佈，參數為何？另，試求(b) $P(X \geq 5)$ ，及(c) X 之期望值。
4. (10%) 設 X 與 Y 獨立，且變異數分別為 $\text{Var}(X)=2$ 及 $\text{Var}(Y)=16$ 。試求 (a) 變異數 $\text{Var}(5X-Y)$ 及 (b) 相關係數 $\text{Corr}(3X + Y, 2X + 3Y)$ 。
5. (10%) 假設某診所每天掛號之病人數有 $Poisson(50)$ 分佈。試利用柴比雪夫不等式，求某日來掛號之病人數介於 40 與 60 人間之一機率下界。
6. (25%) 設 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組來自常態分佈 $N(\mu, \sigma^2)$ 之隨機樣本。試求 (μ, σ^2) 之最大概似估計 $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ ，並分別指出此二估計量之分佈，再以其分別建立 (μ, σ^2) 之 95%信賴區間。(註：分佈之百分位可以符號取代之)
7. (10%) 設 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組隨機樣本，假定其二階動差存在。試給出一個檢定方法，檢定這組隨機樣本之期望值（平均數）是否等於 μ 。