

國立高雄大學九十九學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：數理統計

系所組別：統計學研究所統計組

是否使用計算機：否

考試時間：100 分鐘

本科原始成績：100 分

1. 設 X_n 有 $B(n, \theta)$ 分佈， $n \geq 1, \theta \in (0, 1)$ 。試證 X_n/n 機率收斂至 θ ，且 $(X_n - n\theta)/(\sqrt{n\theta(1-\theta)})$ 分佈收斂至標準常態分佈。(20%)
2. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $U(0, \theta)$ 分佈所產生的隨機樣本，試證 $X_{(1)}/X_{(n)}$ 與 $X_{(n)}$ 彼此獨立。(15%)
3. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $\Gamma(\alpha, \beta)$ 分佈所產生之隨機樣本。(i)試描述分解定理; (ii)若 α, β 皆未知，試以分解定理證明 $(\prod_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i)$ 為 $\theta = (\alpha, \beta)$ 之一充份統計量。(10%)
4. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $N(\theta, a\theta^2)$ 分佈所產生之隨機樣本，其中 a 為一已知常數， $\theta > 0$ 。(i)求 θ 之一最小充份統計量; (ii)此統計量是否有完備性?證明或反證之。(20%)
5. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $Exp\{\lambda\}$ 分佈所產生之隨機樣本。試求 $\theta = P(X_1 \geq 1)$ 之一 UMVUE。(15%)
6. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $N(\mu, \sigma^2)$ 分佈所產生之隨機樣本，其中 $\mu \in R, \sigma^2 > 0$ 皆未知。求 μ^2 之一 UMVUE。(10%)
7. 設 X_1, \dots, X_n 為一組由 $p.d.f. f(x|\theta) = (1+\theta)^{-1}(\theta/(\theta+1))^x, x = 0, 1, \dots$ 所產生之隨機樣本， $\theta > 0$ 。欲檢定 $H_0: \theta \leq \theta_0$ vs $H_a: \theta > \theta_0$ 。試求一 α 水準下之 UMP 檢定。(10%)