# 國立高雄大學 101 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：機率論
考試時間：100 分鐘

系所：
統計學研究所(統計組)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

1. 令 $X$ 爲一隨機變數，其機率密度函數爲 $f(x) = cx\exp(-4x^2)I(x>0)$. 請分別計數 (i) $c$ 之值; (ii) $X$ 之期望值; (iii) $X$ 之變異數. (20%)

2. 自一固定長度的線段中，隨機取兩點而將其分成三段，求此三段可構成一三角形之機率. (10%)

3. 設 $X$ 有期望值爲 $\alpha\beta$ 之 $\Gamma(\alpha, \beta)$ 分佈，$\alpha > 2, \beta > 0$，且給定 $X = x$，$Y$ 有期望值爲 $1/x$ 之指數分佈. 請分別求 (i) $Y$ 之邊際分佈; (ii) $Y$ 之期望值; (iii) $Y$ 之變異數. (20%)

4. 設 $X, Y$ 分別有 $N(0,1)$ 及 $N(0,4)$ 分佈，試問 $X+Y$ 之分佈是否必爲常態? 若是則證明，不是則舉一例說明. (註: $X, Y$ 不必然獨立) (15%)

5. 假設某廠牌之燈泡壽命有期望值爲 $\lambda$ 天之指數分佈. 某地下室共裝了 $n$ 顆該廠牌之全新燈泡，一旦累積壞了 $m$ 顆 ($n, m$ 皆爲正整數且 $m < n$) 便重裝 $n$ 顆新的. 求 (i) 超過 $x$ 天不需重裝之機率; (ii) 第一次更換之期望天數. (20%)

6. 欲抽樣調查市民中支持某政策之比例 $p$，且要求估計值與 $p$ 之差不超過 2%之機率大於 0.95. 在下述情況分別利用中央極限定理求所需樣本數至少爲若? (i) 已知 $p \le 0.2$; (ii) 對 $p$ 值毫無概念. (註: $\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.64) = 0.95.$ ) (15%)