

國立高雄大學 102 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：統計學  
考試時間：100 分鐘

系所：  
統計學研究所(風險管理組)  
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

- (1) 試敘述中央極限定理【5 分】  
(2) 詳述一個中央極限定理的應用【10 分】
- 詳述如何檢定兩母體期望值之差，包含所需使用的定理（無須給定理證明）、前提、假設等等。【20 分】
- 設 $(X_1, X_2)$ 的聯合機率密度函數為 $f(x_1, x_2) = \exp(-(x_1 + x_2))$ ,  $x_1 > 0, x_2 > 0$ ，試求 $X_1 + X_2$ 的機率密度函數。【10 分】
- 假設有 $n$ 個樣本從常態分配 $N(\mu, \sigma^2)$ 取得，請問樣本平均數是否為 $\mu$ 的充分統計量？【15 分】
- 假設有 $n$ 個樣本從常態分配 $N(\mu, \sigma^2)$ 取得，請證明 $\bar{X}S^2$ 是 $\mu\sigma^2$ 的最佳不偏估計。【20 分】
- 設 $(X_1, X_2, X_3)$ 的聯合機率密度函數為 $f(x_1, x_2, x_3) = 48x_1x_2x_3$ ,  $0 < x_1 < x_2 < x_3 < 1$ ，試求 $\text{Var}(X_2|X_1 = x_1, X_3 = x_3)$ 。【10 分】
- 證明 $E(E(h(X, Y)|Y)) = E(h(X, Y))$ 。【10 分】